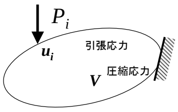
軽量化原則と自動車での事例

2011年11月19日　富山県立大学　　　屋代春樹

1. 軽量化原則（強度設計の観点から）



外力により構造物の内部に発生する応力をσ、体積をVとし、

平均応力σ_mの2乗を以下で定義する。

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{V}\int_V \sigma^2 dV$$

外力 P のなす仕事Wは、

$$W = \frac{1}{2}\sum P_i u_i = \frac{1}{2}\sum \frac{P_i^2}{E_i K_i} = \frac{1}{2E}\sum \frac{P_i^2}{K_i} \equiv \frac{P^2}{2EK}$$

注）ここで $(E_i K_i)$ は荷重方向の剛性

一方構造物に蓄えられる歪エネルギ W' は、

$$W' = \sum \frac{1}{2}\sigma_i \varepsilon_i \Delta V_i = \sum \frac{1}{2E}\sigma_i^2 \Delta V_i = \frac{V}{2E}\sigma_m^2$$

$W = W'$より、

$$V = \frac{P^2}{K\sigma_m^2}$$

材料利用度を $\eta = \sigma_m^2 / \sigma_{al}^2$ とすると、　注）ここでσ_{al}は許容応力

$$V = \frac{P^2}{K\eta\sigma_{al}^2}$$

構造物の質量（重量）w は密度 ρ を乗じて

$$w = \rho V = \frac{\rho P^2}{K\eta\sigma_{al}^2}$$

$$w = \rho V = \frac{\rho P^2}{K\eta\sigma_{al}^2}$$

軽量化原則

剛性：**高ければ、高いほど軽量構造になる。**

許容応力：**高ければ、高いほど軽量構造になる。**

材料利用度：**高ければ、高いほど軽量構造になる。**

外力：**小さければ、小さいほど軽量構造になる。**

密度：**小さければ、小さいほど軽量構造になる。**

材料置換では同時に複数が変化するなどに注意

	Fe SS400	Al(A1100)
$\rho(\times 10^3\ kg/m^3)$	7.87	2.70
$E(GPa)$	205	68.6
$\sigma_{al}(MPa)$	157	72

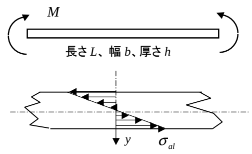
リーフスプリング：曲げ変形でばね特性を出す

$$\sigma = \frac{M\,y}{I_z} = \frac{\sigma_{al}\,y}{\frac{h}{2}}$$

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{V}\int_V \sigma^2 dV = \frac{bL}{V}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{al}^2 \left[\frac{y}{\frac{h}{2}}\right]^2 dy = \frac{bL\sigma_{al}^2}{V(h/2)^2}\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}$$

$$= \frac{bLh}{V}\frac{\sigma_{al}^2}{3}$$

$$\eta = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_{al}^2} = \frac{1}{3}$$



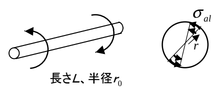
$$\sigma_m^2 = \frac{1}{V}\int_V \sigma^2 dV$$

コイルスプリング：ねじり変形でばね特性を出す

$$\sigma = \tau = \sigma_{al}\frac{r}{r_0}$$

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{V}\int_V \sigma^2 dV = \frac{L}{V}\int_0^{r_0}\int_0^{2\pi} \sigma_{al}^2 \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 r\,d\theta\,dr$$

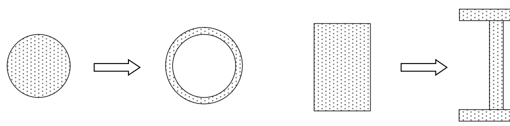
$$\eta = \frac{1}{2}$$



コイルスプリングの方が、リーフスプリングより軽量化素性がよい。

材料利用度で他に思いつくことは？

材料利用度向上の例



η=1とは？

定義から$\eta = \sigma_m^2/\sigma_{al}^2 = 1$

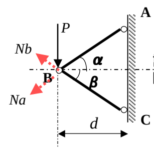
トラス構造 は、軸力（引張、圧縮）を支える。

トラス構造は、軽量化素性がよい。

3. 高剛性ほど軽量の事例（証明）

$$\begin{bmatrix} \sin\alpha & -\sin\beta \\ \cos\alpha & \cos\beta \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} N_a \\ N_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} N_a \\ N_b \end{Bmatrix} = \frac{P}{\sin(\alpha+\beta)}\begin{Bmatrix} \cos\beta \\ -\cos\alpha \end{Bmatrix}$$



許容応力 σ_{al}
断面積 S_a S_b

断面積 S_a, S_b は

$$S_a = \frac{N_a}{\sigma_{al}} = \frac{P\cos\beta}{\sigma_{al}\sin(\alpha+\beta)} \qquad S_b = \frac{N_b}{-\sigma_{al}} = \frac{P\cos\alpha}{\sigma_{al}\sin(\alpha+\beta)}$$

部材体積は

$$V_a = S_a l_a = \frac{Pd}{\sigma_{al}\sin(\alpha+\beta)}\frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \qquad V_b = S_b l_b = \frac{Pd}{\sigma_{al}\sin(\alpha+\beta)}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

部材全体の体積は、

$$V=V_a+V_b=\frac{Pd}{\sigma_{al}\sin(\alpha+\beta)}\left\{\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right\}$$

一方、最高剛性構造を考える場合、変位を最小にすることになる。

部材に蓄えられる歪エネルギをλa, λbとすると、

$$\lambda_a=\frac{1}{2}\int_V \sigma\varepsilon\, dV=\frac{\sigma_{al}^2}{2E}V_a \qquad \lambda_b=\frac{\sigma_{al}^2}{2E}V_b$$

$\lambda=\lambda_a+\lambda_b=\frac{\sigma_{al}^2}{2E}(V_a+V_b)=\frac{\sigma_{al}^2}{2E}V$ なので体積最小化と同値と思いがちだが、

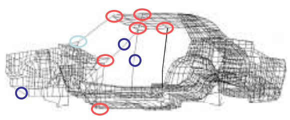
$$\delta=\frac{\partial\lambda}{\partial P}=\frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{\sigma_{al}Pd}{2E\sin(\alpha+\beta)}\left\{\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right\}\right]=\frac{\sigma_{al}d}{2E\sin(\alpha+\beta)}\left\{\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right\}$$

Vを最小にするためのα、βとδを最小化するためのα、βは同じである。

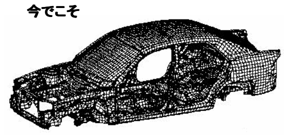
つまり、最軽量構造と最高剛性構造は一致する。

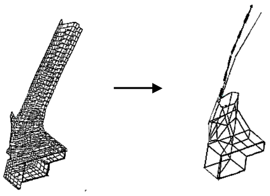
高剛性ほど軽量の事例（結合剛性ジョイントスティフネス）

かつて



今でこそ





なぜ、そんなことをしたか？

無駄だったか？

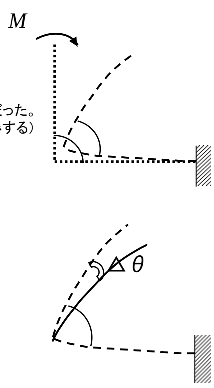
なぜ、そんなことをしたか？無駄だったか？

角部で角変位がある。

↑

弾性挫屈により　断面変形を起こしている。

断面変形しない粗いモデルで計算するには結合剛性は必要だった。
（角部ばかりでなく、剛性が急激に変化する部位では断面変形する）



結合剛性にはどんな意味があるか？

結合剛性を k とすると、$M=k\Delta\theta$

k は曲げ剛性EIに比例すると仮定すると、$k=a\,EI$

a の単位はMKS単位系で [1/m]

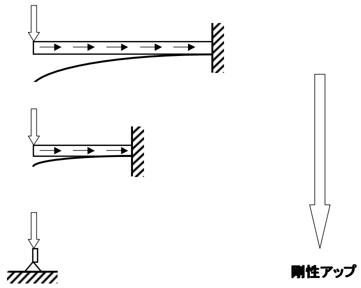
改めて、$c=1/a$ として、$k\to\infty$、$k\to 0$を考えると

$k\to\infty$とは、$c\to 0$ 部材間の力を伝達する距離が0である。

$k\to 0$とは、$c\to\infty$ 部材間の力を伝達する距離が∞である。

と解釈する。

力の伝達経路を短くすると剛性が高くなることの意味



結合剛性 k を大きくするには、どんなことをするか？

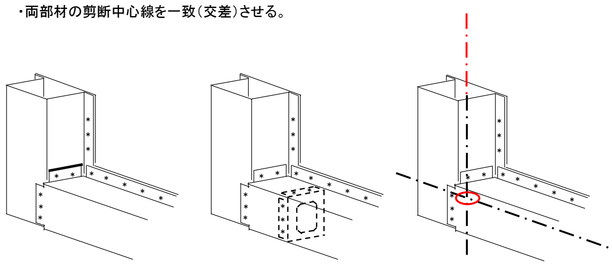
$k\to\infty$とは、$c\to 0$ 部材間の力を伝達する距離が0である。

部材間の力の伝達距離を短くする、と考える

・結合部のスポット溶接点数を増やす。アーク溶接にする。

・補強（剛性アップ）材を結合部に設定する。

・両部材の剪断中心線を一致（交差）させる。



ご清聴ありがとうございます